CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Profilul uman

Faza locală, 25 februarie 2017
Clasa a IX-a

Subiectul 1 (7 puncte)
Rezolvați ecuația $\left[\frac{2x+3}{4}\right]=\frac{x-4}{3}, x\in\mathbb{R}$.

Barem

$\frac{x-4}{3}=k \Longrightarrow \ x=3k+4$ **(1p)**

$k\le\frac{2x+3}{4}<k+1 \Leftrightarrow k\in\left[-\frac{11}{2},-\frac{7}{2}\right)\cap\mathbb{Z}=\{-5,-4\}$ **(4p)**

finalizarea $x\in\{-11,-8\}$ **(2p).**

Subiectul 2 (7 puncte)

Stabiliți valoarea de adevăr a propoziției: $\sqrt{\left(\sqrt{5}-3\right)^2}\in\left(\frac{1}{2},1\right)$.

Barem

$\sqrt{\left(\sqrt{5}-3\right)^2}=\left|\sqrt{5}-3\right|=3-\sqrt{5}$ **(3p)**

$2{,}2<\sqrt{5}<2{,}3 \Leftrightarrow 0{,}7<3-\sqrt{5}<0{,}8$ **(3p)**

concluzia **(1p).**

Subiectul 3 (7 puncte)
Să se arate că dacă $x,y>0$ atunci $(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\ge 4$.

Barem

$(x+y)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)\ge 4 \Leftrightarrow \frac{x}{y}+\frac{y}{x}\ge 2$ **(3p)**

$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\ge 2 \Leftrightarrow (x-y)^2\ge 0, \forall x,y>0$ **(4p).**

Subiectul 4 (7 puncte)
Fie A, B două puncte din plan. Să se arate că există un singur punct M în plan cu proprietatea că $2\vec{AM}+5\vec{BM}=\vec{AB}$.

Barem

Arătăm că punctul M există. Avem succesiv:

$$2\vec{AM}+5\vec{BM}=\vec{AB}\Rightarrow 2(\vec{AB}+\vec{BM})+5\vec{BM}=\vec{AB}$$
$$2\vec{AB}+7\vec{BM}=\vec{AB}\Rightarrow 7\vec{BM}=-\vec{AB}\Rightarrow 7\vec{BM}=\vec{BA}.$$ **(6p)**

Așadar $\vec{BM}=\frac{1}{7}\vec{BA}(*)$ **(1p)** deci vectorii $\vec{BM},\vec{BA}$ au același sens.